

# HŐTAN

HŐTAN.....	1
Bevezetés, alapfogalmak.....	1
A termodinamika első főtétele.....	2
Belső energia.....	2
Munkavégzés.....	2
Hőközlés, fajhő, kalorimetria.....	3
A hőtan első főtétele.....	4
Kinetikus gázelmélet és ideális gázok.....	4
Ekvipartíció és szabadsági fokok.....	4
Ideális gázok.....	5
Ideális gáz speciális állapotváltozásai.....	5
Izobár állapotváltozás.....	6
Izochor állapotváltozás.....	6
Izoterm állapotváltozás.....	6
Adiabatikus állapotváltozás.....	7
Feladatok.....	8
A hőtan második főtétele.....	10
Bevezetés.....	10
Entrópia, statisztikus hőmérséklet.....	11
A hőtan második főtétele.....	12
Hogyan számoljuk ki az entrópia-változást ideális gázok konkrét folyamatainál?.....	13
Körfolyamatok, hőerőgépek.....	13
Carnot-ciklus.....	14
Hűtőgépek, hőszivattyúk.....	15
Ellenőrző kérdéssor.....	16
Túl az ideális-gáz modellen, a valódi anyagok termodinamikája.....	17
Reális gázok, Van der Waals-állapotegyenlet.....	17
Hőtágulás.....	18
Halmazállapot-változások.....	19
Fázisátalakulások áttekintése.....	21
Fázisdiagram.....	21
A hő terjedése.....	22
Hővezetés (kondukción).....	22
Konvekció.....	23
Sugárzás.....	24
Példák.....	24
Példák a mindennapi életből.....	24
Milyen gyorsan hűl le egy meleg test?.....	24

## **Bevezetés, alapfogalmak**

A hőtanban (idegen szóval: termodinamikában) csak olyan rendszerekkel foglalkozunk, amelyek igen nagy számú részecskéből (pl. gázmolekulából) állnak. Csak ezekre a makroszkopikus rendszerekre értelmezzük pl. nyomást, hőmérsékletet, néhány molekulára nem. A valóságban, ha pl. egy tartályban lévő gázt elkezdünk melegíteni, először a gáznak a melegítéshez közel eső részein nő a hőmérséklet, a távolabbi helyeken ezt kissé lemaradva követi. Ekkor viszont nem

mondhatjuk azt, hogy a gáz hőmérséklete egyértelműen meg van határozva, hiszen ez helyről helyre változik, még nem állt be az egyensúlyi állapot. Az alábbiakban főként olyan rendszerekkel foglalkozunk, amelyekben már egyensúly van, illetve olyan folyamatokkal, amelyek egyensúlyi állapotok sorozatán vezetnek át. Ez utóbbit elvileg úgy lehet elérni, hogy végtelenül lassan változtatjuk a rendszer állapotát, hogy legyen ideje a hőmérsékletnek, nyomásnak, stb. kiegyenlítődni, felvenni az egyensúlyi értékeket. Az ilyen folyamatokat **kvázisztatikusnak** („majdnem állónak”, „majdnem egyensúlyinak”) nevezzük.

A rendszert jellemző makroszkopikusan mérhető fizikai mennyiségeket állapotjelzőknak (állapotjelzőknek) nevezzük. Vannak olyan állapotjelzők, amelyek két rendszer egyesítésével összeadódnak, pl. tömeg, térfogat, mólszám ( $n$ ), energia. Ezeket **extenzív** állapotjelzőknak nevezzük. Ellenben ha van két tartály, az egyikben 1 atm, a másikban 2 atm a nyomás, akkor, ha egybenyitjuk a tartályokat, nem 3atm lesz a nyomás, hanem a tartályok méretétől stb. függően 1 és 2 atm. között. Más szavakkal, a nyomás kiegyenlítődik. Az olyan állapotjelzőket, amelyek kiegyenlítésre törekszenek, **intenzíveknek** nevezzük, a nyomáson kívül ilyen pl. a hőmérséklet, a sűrűség, vagy az energiasűrűség (egységnyi térfogatban lévő energia).

A klasszikus termodinamika fenomenologikus elmélet. Ez azt jelenti, hogy a termodinamikai rendszereket és folyamatokat az állapotjelzők segítségével írjuk le, nem törődve a rendszer atomos és molekuláris felépítésének részleteivel. A hőtán tárgyalásának másik, később kialakult módszere statisztikai jellegű. Ebben az anyagot alkotó részecskék jellegére, mozgására, kölcsönhatásaira vonatkozó ismeretek, ill. közelítések is szerepet játszanak. Ez a jégyzet ötvözi ezt a két tárgyalásmódot.

## A termodinamika első főtétele

### Belső energia

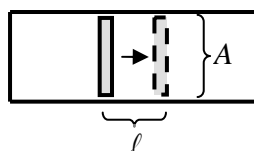
Egy termodinamikai rendszer **belső energiáján** ( $E_b$ ) a részecskék egymáshoz képesti (relatív) mozgásához tartozó kinetikus energiát és a részecskék egymással való kölcsönhatásához tartozó potenciális energiát értjük.

Pl. ha egy gázpalackot a fejünk fölé emelünk, a gáz belső energiája nem változik (sem a gázpalack sebességétől, sem a Föld felszínétől való távolságtól nem függ).

Például magasról leejtünk egy vasgolyót és az belefűrődik a talajba. Ekkor távolról nézve a mozgási energiája eltűnt. Valójában persze az energia nem vész el, csak átalakult belső energiává. Ebben a konkrét példában emelkedett a talaj és a golyó hőmérséklete, vagyis a részecskék egymáshoz képesti mozgási energiája. Emellett néhány talajszemcse elhasadt, molekulák egymástól eltávolodtak, a köztük lévő (negatív) kötési energia abszolút értékben kisebb lett, tehát a belső energia emiatt is növekedett.

### Munkavégzés

A **térfogati munka** értelmezése: tegyük fel, hogy egy hengeres edényben (keresztmetszete  $A$ ) gáz van, és a gáz kitágul, a gázt határoló dugattyú  $\ell$  utat tesz meg.



A gáz  $p$  nyomást fejt ki a dugattyúra, ez  $pA$  nagyságú erőt jelent. Ennek munkáját  $W^*$ -gal jelöljük:

$$W^* = \int_0^{\ell} F ds = \int_0^{\ell} p A ds = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

mivel a térfogatváltozás  $\Delta V$ . Általában is igaz a gáz által végzett ún. térfogati munkára, hogy

$$W^* = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

vagyis a folyamatot a p-V diagramon ábrázolva a munka a görbe alatti terület.

Általában a hőtanban munkán térfogatváltozásból adódó munkát értünk. Ha pl. a fejünk fölé emeljük a fentebb említett gázpalackot, akkor ugyan munkát végzünk rajta, de ez nem térfogati munka. Nem a gáz belső energiáját növeli, hanem csak a Földdel való gravitációs potenciális energiáját, ami nem tartozik a belső energiához.

Tehát a környezet által a gázon végzett munka (ezt jelöljük  $W$ -vel) a gáz által végzett  $W^*$  munka (-1)-szerese. A fenti példában ez abból következik, hogy amekkora erőt a gáz kifejti a dugattyúra, akkora erőt fejt ki a dugattyú is a gázra, csak ellentétes irányút (Newton III, erő-ellenerő).

Ha a gáz tágul, és a (külső) nyomás nem nulla, akkor a gáz végez pozitív munkát. Ha viszont a gázt a környezete összenyomja, akkor a gázon végzett a környezete pozitív munkát, tehát a gáz által végzett munka negatív.

## Hőközlés, fajhő, kalorimetria

Egy test energiája úgy is nőhet, hogy egy magasabb hőmérsékletű test energiát (hőt) ad át neki, de makroszkopikus elmozdulás nincs. Ezt az energiamennyiséget a rendszer által felvett **hőnek** nevezzük, jele  $Q$ . Ez is az energia egy formája, mértékegysége a J (Joule). A rendszer által a környezetének leadott hőt  $Q^*$ -gal jelöljük,  $Q^* = -Q$ .

Összefoglalva:

$W$	A rendszeren végzett munka
$W^* (= -W)$	A rendszer által végzett munka
$Q$	A rendszer által felvett hő
$Q^* (= -Q)$	A rendszer által leadott hő

Általában egy adott rendszer hőmérsékletváltozása arányos a vele közölt hővel.<sup>1</sup> Az arányossági tényező a rendszer hőkapacitása:  $Q = C\Delta T$ . Ha a rendszer egy anyagból áll, bevezethetjük a **fajhő** (jele:  $c$ ) fogalmát a következőképpen:  $Q = cm\Delta T$ , vagyis a fajhő az egységnyi tömegű anyag hőmérsékletének egy fokkal való növeléséhez szükséges hőmennyiség. Tehát a hőkapacitás egy konkrét (esetleg többfajta anyagból álló) rendszerre, a fajhő pedig egy anyagra vonatkozik (amely nem csak elem, hanem vegyület, ötvözet, stb., is lehet). A hőkapacitás és a fajhő közti kapcsolat:  $C = cm$ . Ha nem az anyag tömege, hanem a mólszáma ismert, akkor a fentiekhez hasonló egyenlet írható fel az ún. **mólhőre** (ezt többféleképp szokták jelölni, mi maradjunk a  $C$ -nél):  $Q = Cn\Delta T$ , vagyis a mólhő azt fejezi ki, hogy egy mólnyi anyag egy fok hőmérsékletváltozásához mennyi hő(energia) kell.

A **kalorimetria** alapfeladatánál egy hőszigetelt edényben ismert fajhőjű, tömegű és hőmérsékletű folyadék van, ebbe ismert tömegű és hőmérsékletű, ismeretlen fajhőjű anyagot tesznek. Utóbbi által leadott hő megegyezik az előbbi által felvett hővel, a közös hőmérsékletet jelöljük  $T_k$ -val. A  $c_1 m_1 (T_k - T_1) = c_2 m_2 (T_2 - T_k)$  egyenletből meghatározható az ismeretlen fajhő. Általában, ha összekeverünk különböző  $m_i$  tömegű,  $T_i$  hőmérsékletű és  $c_i$  fajhőjű anyagot, akkor a közös hőmérséklet

<sup>1</sup> Halmazállapot-változás esetén pl. ez nem áll fent.

$$T_k = \frac{\sum_i c_i m_i T_i}{\sum_i c_i m_i}$$

lesz, a hőmérsékletek hőkapacitásokkal súlyozott átlaga.

Nagyon fontos, hogy a belső energia a rendszer egy állapotát jellemzi, a rendszer makroszkopikus paraméterei meghatározzák. A munka és a közölt hő mindig egy folyamatot jellemez, amelynek kiinduló és végpontja is egy-egy állapot.

## A hőtan első főtétele

**A hőtan első főtétele kimondja, hogy a termodinamikai rendszer belső energiájának megváltozása egyenlő a rendszerrel közölt hő és a rendszeren végzett munka összegével.**

$$\Delta E_b = Q + W$$

A rendszert egy adott  $A$  állapotából általában sokféleképp eljuttathatjuk egy másik, mondjuk  $B$  állapotba, és az összes ilyen folyamatra a belső energia megváltozása ugyanaz, csak az  $A$  és a  $B$  pontoktól függ. A munkavégzés és a közölt hő viszont a konkrét folyamattól függően mindig más és más lehet, de az összegük azonos bármely  $A$  és  $B$  közötti folyamatra.

Az első főtételt nemcsak véges, hanem végtelenül kicsiny (más szóval: infinitezimális) megváltozásokra is felírhatjuk:  $dE_b = dQ + dW$ . Ezt úgy is nevezik, hogy a tétel differenciális alakja.

Megjegyezzük, hogy a belső energia általában nem csak hőközléssel és térfogati munkával növelhető, hanem pl. elektromágneses kölcsönhatás segítségével végzett munkával is. Ez esetben ezt a  $W$ -be bele kell számítani, ám itt ilyesmivel nem foglalkozunk.

## Kinetikus gázelmélet és ideális gázok

Az eddig elmondottak szilárd anyagokra és folyadékokra is érvényesek. Ezután inkább gázokkal foglalkozunk. A kinetikus gázelméletben feltesszük, hogy a gáz nagyszámú, kisméretű, pontszerű „golyókból” áll, amelyek időnként ütköznek egymással és az edény falával, de ezen kívül nem hatnak egymással kölcsön (mintha rugalmas gömbök lennének).

## Ekvipartíció és szabadsági fokok

**Szabadsági fok**nak (jelölése:  $f$ ) az egymástól független energiatárolási lehetőségeket nevezzük. Az **ekvipartíció tétele** kimondja, hogy egyensúlyi rendszerben adott hőmérsékleten minden egyes szóba jöhető szabadsági fokra időátlagban ugyanannyi energia jut:

$$E = \frac{1}{2} kT$$

ahol  $k$  a Boltzmann állandó ( $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ). Hangsúlyozzuk, hogy ez az  $\frac{1}{2} kT$  energia nem az egész rendszer energiája, hanem egy részecske egy szabadsági fokára jutó energia. Ha az adott részecskének  $f$  szabadsági foka van, akkor energiája átlagosan  $\frac{f}{2} kT$ . Ha a rendszer azonos részecskékből áll, akkor ezt  $N$ -nel (a részecskék számával) szorozva kapjuk a rendszer belső energiáját:

$$E_b = \frac{f}{2} NkT .$$

Ebből következik, hogy állandó részecskeszám esetén a rendszer belső energiájának a megváltozását a

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} Nk\Delta T$$

összefüggéssel számolhatjuk ki.

Fentiek szerint tehát a gáz belső energiája csak a hőmérséklettől függ. Ez akár a **hőmérséklet** definíciója is lehet: két test közül az a magasabb hőmérsékletű, amelyiknek átlagosan több energia jut egy szabadsági fokára. Ha a két testet érintkezésbe hozzuk, az együttes testre is érvényes lesz az ekvipartíció tétele, az energia egyenlően fog eloszlani a szabadsági fokok között, így a melegebből a hidegebbre energia (hő) megy át. A szabadsági fokok száma általában a hőmérséklettől is függ, T növelésével új szabadsági fokok „olvadhatnak ki”. Egyatomos gáznál  $f=3$ , mivel három dimenzióban három független irányban mozoghat az atom, vagyis a három független energia tag:

$$\frac{1}{2}mv_x^2, \quad \frac{1}{2}mv_y^2 \quad \text{és} \quad \frac{1}{2}mv_z^2 .$$

Egy olyan molekula, amelyik két atomból áll, nemcsak haladó, hanem forgó mozgást is végezhet a két atomot összekötő szakaszra merőleges két tengely körül, ezekhez  $\frac{1}{2}\theta\omega^2$  kinetikus energia

tartozik. A két atom az összekötő szakasz mentén harmonikus rezgést is végezhet, amelyhez nemcsak kinetikus, hanem potenciális energia is tartozik, ez a szabadsági fok azonban inkább csak magasabb hőmérsékleten aktiválódik. Tehát kétatomos gáznál  $f=5$  (alacsonyabb hőmérsékleten) vagy  $f=7$  (magasabb hőmérsékleten). Három (vagy több) atomos molekula - ha az atomok nem esnek egy egyenesbe - már három, egymásra merőleges tengely körül foroghat, ekkor  $f=6$ . Ha egy egyenesbe esnek, akkor  $f=5$ , ha a rezgési szabadsági fokokat is figyelembe vesszük, akkor viszont ezeknél nagyobb számokat kapunk a szabadsági fokokra, az anyagtól és hőmérséklettől függően.

A szilárd testeket alkotó atomok többnyire az egyensúlyi helyzetük körül rezgő mozgást végeznek három független irányban. Ez három kinetikus és három potenciális energia-tagot jelenthet, tehát egy atomhoz hat szabadsági fok tartozik. A szilárd test belső energiája tehát  $E_b = 3NkT = 3nRT$ . Ebből következik az ún. Dulong-Petit szabály: a szilárd test mólhője  $3R$ .

Megjegyezzük, hogy az ekvipartíció tétele az alacsonyabb hőmérsékletek felé haladva (kvantummechanikai hatások miatt) egyre kevésbé alkalmazható. Például a Dulong-Petit szabály alól már szobahőmérsékleten is vannak kivételek (pl. gyémánt). Ezzel részletesebben a következő félévben foglalkozunk.

## Ideális gázok

A tapasztalat szerint a gáz melegítésekor nő a térfogata és/vagy nyomása. **Ideális gáznak** nevezzük a gázt, ha érvényes rá a

$$\boxed{pV = NkT} \quad \text{azaz} \quad \boxed{pV = nRT}$$

**állapotegyenlet** (az egyesített gáztörvény), ahol  $n$  a mólszám,  $R$  az egyetemes gázállandó ( $8,31 \text{ J/K}$ ). Ekkor a belső energiát kiszámolhatjuk a következőképpen:  $E_b = f/2 pV$ .

Hangsúlyozzuk, hogy a fenti összefüggések a valóságban létező gázokra csak közelítőleg érvényesek. Az ideális-gáz közelítés annál érvényesebb, minél kisebb a gáz sűrűsége és minél távolabb vagyunk annak forráspontjától.

## Ideális gáz speciális állapotváltozásai

Általában, ha a részecskék száma nem változik, a  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$  egyenletet használhatjuk

(egyesített gáztörvény). Egyszerűbben tárgyalhatók azok az esetek, amelyekben ebből a három állapotváltozóból egy állandó értékű, ennek megfelelően beszélhetünk izobár, izochor és izoterm állapotváltozásról.

## Izobár állapotváltozás

Izobár állapotváltozás során a gáz nyomása állandó ( $p$ =állandó). Ha az egyesített gáztörvényben egyszerűsítünk a nyomással, kapjuk, hogy

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

A gáz által végzett munka

$$W^* = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) = p\Delta V,$$

de  $pV_i = nRT_i$ , így

$$W^* = nR(T_2 - T_1) = nR\Delta T.$$

A gáz belső energiájának megváltozása  $\Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T$ , így a gázzal közölt hő az első főtétel

felhasználásával  $Q = (\frac{f}{2} + 1)nR\Delta T$ . Ahhoz, hogy  $n=1$  mól gáz hőmérsékletét 1 fokkal megemeljük,  $(\frac{f}{2} + 1)R$  hő kell, vagyis az izobár mólhő  $(\frac{f}{2} + 1)R$ .

## Izochor állapotváltozás

A  $V$  térfogat állandó, tehát

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

A gáz által végzett munka nulla, vagyis a gáz belső energiájának megváltozása egyenlő a gázzal közölt hővel:

$$Q = \Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = \frac{f}{2} (p_2 - p_1)V = \frac{f}{2} V\Delta p.$$

Ebből az izochor (állandó térfogaton mért) mólhő  $\frac{f}{2}R$ . Az állandó nyomáson és az állandó térfogaton mért mólhő különbsége láthatóan  $R$ . A két mólhő hányadosa

$$\frac{\frac{f}{2} + 1}{\frac{f}{2}} = \frac{f + 2}{f} = \kappa$$

(ejtsd: kappa), ezt adiabatikus kitevőnek is nevezik. Látható, hogy azért kell több hőt közölni a gázzal ugyanakkora hőmérsékletnövekedéshez állandó nyomáson, mert a gáz tágulása során térfogati munkát végez, amivel energiát ad le. Ez állandó térfogaton definíció szerint ki van zárva.

## Izoterm állapotváltozás

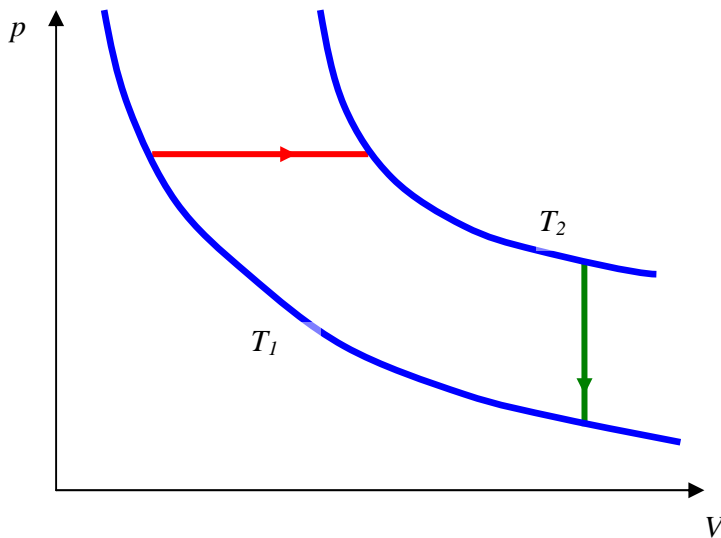
A  $T$  hőmérséklet állandó, vagyis  $pV$  is állandó,

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

A gáz belső energiája változatlan, így a gázzal közölt hő teljes egészében a térfogati munkára fordítódik:

$$Q = W^* = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV = p_1 V_1 [\ln V]_{V_1}^{V_2} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Az alábbi ábrán a  $p$ - $V$  diagramon ábrázoltuk az eddig elemzett folyamatokat. A kék vonalak egy-egy izotermát jelölnék, vagyis ezen vonalak mentén haladva a hőmérséklet állandó. Mivel az állapotegyenlet szerint a hőmérséklet arányos a  $pV$  szorzattal, az is világos, hogy  $T_2 > T_1$ . A piros vonal egy izobár expanziót (tágulást) jelöl. Ha jobbról balra haladnánk, akkor izobár kompresszióról beszélhetnénk. A zöld vonal izochor hűtést ábrázol.



## Adiabatikus állapotváltozás

Az **adiabatikus** definíció szerint azt jelenti, hogy a rendszer (itt a gáz) nem cserél hőt a környezetével, pl. mert el van szigetelve,  $Q = 0 \Rightarrow \Delta E_b = W = \frac{f}{2} nR \Delta T$ .

Az első főtétel differenciális alakjából indulunk ki:

$$dE_b = dQ + dW.$$

Ebben  $dE_b = \frac{f}{2} nR dT$ ,  $dQ = 0$ ,  $dW = p dV$  és mivel  $pV = nRT$ ,  $p = nRT/V$ . Ezzel:

$$-\frac{f}{2} nR dT = nRT \frac{1}{V} dV.$$

Tudjuk, hogy  $\kappa = \frac{f+2}{f} = 1 + \frac{2}{f}$ , azaz  $\frac{f}{2} = \frac{1}{\kappa-1}$ , egyszerűsítés után

$$-dT = (\kappa - 1) \frac{T}{V} dV,$$

ez egy szétválasztható differenciálegyenlet:

$$-\frac{1}{T} dT = (\kappa - 1) \frac{1}{V} dV,$$

integráljuk mindkét oldalt

$$-\int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT = (\kappa - 1) \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV,$$

elvégezve az integrálást

$$\ln \frac{T_1}{T_2} = (\kappa - 1) \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa - 1},$$

ebből:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_2^{\kappa - 1}}{V_1^{\kappa - 1}} \Rightarrow TV^{\kappa - 1} = \text{áll.}$$

Kihasználva, hogy  $\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$ , kapjuk, hogy

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2},$$

vagyis

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa},$$

azaz

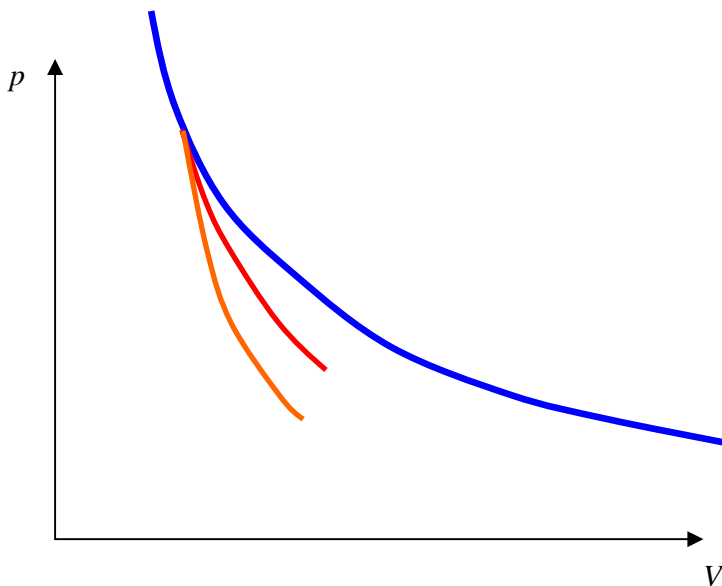
$$p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}.$$

Az is igaz, hogy  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$ , ebből

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right)^{\kappa} \Rightarrow \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\kappa - 1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\kappa} \Rightarrow \frac{p^{\kappa - 1}}{T^{\kappa}} = \text{áll.}$$

Ezek a **Poisson-egyenletek**. Ezekből  $\kappa=0$ ,  $\kappa=1$  és  $\kappa \rightarrow \infty$  esetére visszkapjuk az izobár, izoterm és izochor állapotváltozásokat jellemző értékeket.

Az alábbi ábrán a pV diagramon ábrázoltunk különböző  $\kappa$  értékekkel jellemzett gázok adiabatikus folyamatait. A kék vonal összehasonlításként egy izoterma.





**Feladat 1.** Egy lezárt, 100 l-es gázpalackban  $4 \cdot 10^5$  Pa nyomású,  $7^\circ\text{C}$  hőmérsékletű hélium van. Mennyi lesz a gáz nyomása, ha  $70^\circ\text{C}$ -kal megnöveljük a hőmérsékletét? Mennyi hő kellett ehhez?

Mivel a gázpalack térfogatváltozását elhanyagolhatjuk, a folyamat izochornak tekinthető. Az új nyomás kiszámításához a hőmérsékleteket át kell váltani Kelvinbe!

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{350\text{K}}{280\text{K}} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

A gázzal közölt hő kiszámítása:

$$Q = \Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = \frac{f}{2} V\Delta p = \frac{3}{2} \cdot 0,1\text{m}^3 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 15000\text{J}$$

**Feladat 2.** Ideális gáz állandó nyomáson tágulva 200J munkát végez. Mennyi hőt vesz fel eközben, ha adiabatikus kitevője  $\kappa=1,4$ ?

Megoldás: az izobár folyamatra

$$W^* = p\Delta V = nR\Delta T,$$

míg a felvett hő

$$Q = \left(\frac{f}{2} + 1\right) nR\Delta T.$$

A szabadsági fokok számát az  $(f+2)/f=7/5$  egyenletből kapjuk:  $f=5$ . Tehát a felvett hő 3,5-ször nagyobb a munkánál, azaz  $Q=700\text{J}$ .

**Feladat 3.** Egy  $44,8 \text{ dm}^3$  térfogatú, vízszintes tengelyű hőszigetelt hengert vékony, súrlódásmentesen mozgó, hőszigetelő dugattyú oszt két részre. A bal oldali térrészbe 200W teljesítményű fűtőspirál nyúlik be. Kezdetben a dugattyú közepén van és mindkét oldalon  $10^5\text{Pa}$  nyomású nemesgáz van. Mennyi időre kell a fűtést bekapcsolni, hogy a jobb oldali gáz térfogata felére csökkenjen.

Megoldás: A jobb oldali gáz adiabatikus állapotváltozáson megy keresztül. Számoljuk ki először, mekkora lesz a nyomása:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\kappa = 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,5^{5/3} = 3,175 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Mivel a fűtés végén a rendszer egyensúlyban van, ennyi a nyomás a bal oldalon is. A bal oldali gáz belső energiájának megváltozását legegyszerűbben a

$$\Delta E = \frac{f}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (3,175 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 33,6\text{dm}^3 - 10^5 \text{ Pa} \cdot 22,4\text{dm}^3) = 12642\text{J}$$

A jobb oldali gáz belső energiájának megváltozása hasonlóan

$$\Delta E = \frac{f}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (3,175 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 11,2\text{dm}^3 - 10^5 \text{ Pa} \cdot 22,4\text{dm}^3) = 1974\text{J}.$$

A hőtan első főtétele miatt ennyi a jobb oldali gáz által a bal oldalin végzett munka is. Ugyancsak a főtételt használhatjuk, hogy kiszámoljuk a jobb oldali gázzal közölt hőt:

$$Q = \Delta E_b + W^* = 12642\text{J} + 1974\text{J} = 14616\text{J}.$$

Ebből közvetlenül kapjuk a melegítés időtartamát:

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{14616\text{J}}{200\text{J/s}} = 73,08\text{s}.$$

# A hőtan második főtétele

## Bevezetés

A természetben lezajló folyamatok többsége mindig egy irányban folyik, fordított irányban magától nem megy végbe (természetesen külső hatás megfordíthatja a folyamatot). Az ilyen folyamatokat **irreverzibilisnek** (megfordíthatatlannak) nevezzük. Például az egymáshoz öntött hideg és meleg víz langyos keverékéből külső behatás nélkül az eredeti hideg és meleg víz nem nyerhető vissza. Vagy nézzünk egy talajon csúszó testet. A test a súrlódás miatt megáll, miközben hő termelődik. Azonban sohasem fog magától felgyorsulni a lehülése árán. Pedig mindkét fordított folyamat eleget tenne a hőtan első főtételének, azaz az energia megmaradási tételének.

A fenti példákat egy kicsit általánosabban is megfogalmazhatjuk. Az első példa kapcsán kijelenthetjük, hogy **hő önként csak melegebb helyről hidegebbre mehet át**, vagyis a természetben a hőmérsékletek kiegyenlítődni igyekeznek. A második példa kapcsán pedig általánosságban az állítható, hogy **nem lehet olyan gépet készíteni, amely egyetlen hőtartály lehülése árán munkát végezne**. Az ilyen – nem létező - gépet másodfajú örökmozgónak nevezik. Ezek az állítások – amelyek nem vezethetők le az eddig megtanult természeti törvényekből - a hőtan második főtételének legkorábbi, egymással ekvivalens megfogalmazásainak tekinthetők. A második főtétel tehát a hőtani folyamatok eléggé nyilvánvaló irányát mutatja, mélyebb tartalma azonban csak a molekuláris elmélet keretében érthető meg. Nézzünk tehát egy ilyen példát!

Tegyük fel, van pl.  $n$  darab egyforma tartályunk,  $N$  gázmolekulánk, és az összes az egyik tartályban van (azaz  $n-1$  tartály üres). Ha a tartályokat egybenyitjük, a molekulák egy része át fog menni a többi tartályba. Minél nagyobb  $N$ , annál tovább kellene várnunk, hogy az összes molekula véletlen bolyongása során újból egy tartályba gyűljön össze. Avogadro számnyi molekulánál ez az idő sokkal több lenne, mint pl. a Naprendszer kora. Nagyszámú molekulára tehát ez a folyamat is irreverzibilisnek tekinthető. Mindez azért van, mert az egyenletes vagy közelítőleg egyenletes eloszlás sokkal többféleképp valósulhat meg, mint az, hogy minden részecske egy helyen van.

Más szavakkal: ahhoz az állapothoz, amelyben minden tartályban ugyanakkora a részecskeszám, nagyobb mikroállapotszám tartozik, mint ahhoz, amikor az összes részecske egy tartályban van. A mikroállapot itt olyan, részletesen megadott állapot, amelyben ismert, hogy melyik részecske melyik tartályban van. Míg az állapot megadásához elegendő azt megadni, hogy az egyes tartályokban hány darab részecske van.

Lényegében hasonló játszódik le akkor, amikor egy magas hőmérsékletű test energiát ad át egy alacsony hőmérsékletűnek: az egyenletesebb energiaeloszláshoz több mikroállapot tartozik, mint a kevésbé egyenleteshez – ez is egy irreverzibilis folyamat. Itt a különböző mikroállapotoknak azokat nevezzük, amelyekben az egyes szabadsági fokokra különböző darabszámú energiakvantum jut. Két állapotnak viszont csak akkor tekintünk különbözőnek, ha az egyes testekre (alrendszerekre) lévő összenergia különbözik. Mivel az egyes energia-kvantumok számára teljesen mindegy, hogy melyik szabadsági fokhoz tartoznak, az egyes mikroállapotok egyenlően valószínűek. Tehát amelyik állapotot több mikroállapot valósít meg, az annyiszor nagyobb valószínűséggel jön létre. Pont azért oszlanak el a gázmolekulák egyenletesen a térben, a cukormolekulák egyenletesen az oldatban és az energia egyenletesen a szabadsági fokokon, mert az egyenletes eloszláshoz több egyenlően valószínű mikroállapot tartozik.

Tegyük fel most, hogy egy test pl.  $x$  irányban mozog a talajon, a test és a talaj hőmérséklete nulla. Ekkor a test összes részecskéjének az  $x$  irányba való haladó mozgás szabadsági fokán ugyanannyi energia van, a talaj részecskéinek nincs energiája egyik szabadsági fokán sem. A test

megáll, a test és a talaj felmelegszik: az energia szétszóródott a szabadsági fokokon, rendezetlenné vált.

## Entrópia, statisztikus hőmérséklet

Tegyük fel, vagy egy rendszerünk, amelyet két alrendszerre bontunk,  $A$ -ra és  $B$ -re. A hőmérséklet definíciója szerint akkor fog az  $A$ -ról a  $B$ -re energiaáramlás történni, ha  $T_A > T_B$ . Másfelől a fentiekből tudjuk, hogy a rendszer olyan állapotba törekszik, amelyhez tartozó mikroállapotszám maximális (különböző állapotnak itt az tekintjük, amikor az  $A$  és így a  $B$  rendszer energiája különböző). Tehát  $A$ -ról akkor megy át energia a  $B$ -re, ha ezzel nő az össz-mikroállapotszám. Mi a kapcsolat ezen két feltétel között?

Legyen az  $A$  és a  $B$  rendszer szabadsági fokainak száma rendre  $n_A$  és  $n_B$ , az energiaadagok (más szóval: energiakvantumok) száma  $q_A$  és  $q_B$ . Az  $A$  rendszerhez

$$Y_A(q_A) = \binom{n_A + q_A - 1}{q_A},$$

a  $B$ -hez

$$Y_B(q_B) = \binom{n_B + q_B - 1}{q_B},$$

mikroállapotszám tartozik (ismétléses kombináció: a  $q$  darab energia-kvantum hányféleképpen választhat az  $n$  szabadsági fok között). A mikroállapotszám multiplikatív, mivel egy egyik rendszer bármely mikroállapotához a másik rendszer összes mikroállapota társulhat. Emiatt az  $AB$  rendszer mikroállapotszáma  $Y_A(q_A) Y_B(q_B)$ . Energia akkor megy át  $A$ -ból  $B$ -re, ha

$$Y_A(q_A - 1) Y_B(q_B + 1) > Y_A(q_A) Y_B(q_B),$$

átrendezve:

$$\frac{Y_B(q_B + 1)}{Y_B(q_B)} > \frac{Y_A(q_A)}{Y_A(q_A - 1)} \quad (1)$$

Tehát akkor fog  $A$ -ról  $B$ -re hő menni, ha  $A$ -nál a mikroállapotszám kevesebb-részté csökken, mint ahány szorosára  $B$ -nél nő egy energiakvantum átugrásával.

Ha ezeket kiszámoljuk és kihasználjuk, hogy  $q_A \gg 1$ , írhatjuk, hogy

$$\frac{Y_A(q_A)}{Y_A(q_A - 1)} = \left( \frac{n_A + q_A - 1}{q_A} \right) = \frac{(n_A + q_A - 1)!}{q_A! (n_A - 1)!} = \frac{n_A + q_A - 1}{q_A} \approx \frac{n_A}{q_A} + 1$$

hasnólóan a jobboldal

$$\frac{Y_B(q_B + 1)}{Y_B(q_B)} \approx \frac{n_B}{q_B} + 1.$$

Ezeket beírva az (1)-be és egyszerűsítve:  $\frac{n_B}{q_B} > \frac{n_A}{q_A}$ , reciprokot véve visszakaptuk a régi (link!!!)

hőmérséklet-definíciót:  $A$  akkor magasabb hőmérsékletű  $B$ -nél, ha  $A$  ad le hőt  $B$ -nek, ez pedig akkor történik, ha  $A$ -nál az egy szabadsági fokra eső energia átlagosan több, mint  $B$ -nél,

$$\frac{q_A}{n_A} > \frac{q_B}{n_B}.$$

Vegyük az (1) egyenlőtlenség logaritmusát (a mikroállapotszám logaritmusát additív):

$$\ln Y_B(q_B + 1) - \ln Y_B(q_B) > \ln Y_A(q_A) - \ln Y_A(q_A - 1).$$

Tehát akkor fog A-ról B-re hő menni, ha A-nál a mikroállapotszám logaritmusával kevesebb csökken, mint amennyivel B-nél nő.

Hogy a statisztikus fizikáról lassan áttérjünk a közvetlenebbül alkalmazható termodinamikára, írjuk be most a  $q$  számok helyére azt az energiát, amit ők jelentenek

$$\ln Y_A(E_A) - \ln Y_A(E_A - \Delta Q) < \ln Y_B(E_B + \Delta Q) - \ln Y_B(E_B)$$

Osszuk el mindkét oldalt  $\Delta Q$ -val, és vegyük a  $\Delta Q \rightarrow 0$  határértéket, ekkor egy differenciálhányadost kapunk:

$$\frac{d \ln Y_A(E_A)}{dQ} < \frac{d \ln Y_B(E_B)}{dQ}$$

A  $\frac{d \ln Y}{dQ}$  mennyiség egyértelműen jellemzi a testek hőmérsékletét, minél nagyobb ez, annál kisebb a hőmérséklet. Ez a mennyiség 1/energia dimenziójú, szorozzuk be a számlálót  $k$ -val, hogy Kelvint kapjunk:

$$\frac{1}{T} = \frac{d(k \ln Y)}{dQ}$$

Ez a hőmérséklet statisztikus definíciója.

A számlálóban lévő

$$S = k \cdot \ln Y$$

mennyiséget **entrópiának** nevezzük. (a mikroállapotszám logaritmusával, ez az entrópia statisztikus fizikai definíciója. Az  $S = k \ln Y$  összefüggést Boltzmann képletnek is nevezik.) Ezt a fenti egyenletbe behelyettesítve:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

másképpen:  $Q = \int T dS$  (ez lehet az **entrópia termodinamikai definíciója**). Ez azt jelenti, hogy a termodinamikai folyamatokat a T-S diagramon ábrázolva a görbe alatti terület a közölt hő adja meg.

## A hőtan második főtétele

Ha az összes energia egy adott szabadsági fokra koncentrálódna, az egy maximálisan rendezett állapot lenne. Ez csak egyféleképp valósulhat meg, tehát a mikroállapotszám 1, ennek logaritmusával (és ezzel az entrópiával) nulla. Ha az energia szétszóródik, a rendszer rendezetlenné válik, a mikroállapotszám és ezzel az entrópia nő. Ilyen értelemben **az entrópia a rendezetlenség mértéke**. A **II. főtétele** matematikai alakja:

$$\Delta S \geq 0,$$

azaz **zárt rendszerben az entrópia nem csökkenhet**. Ha az entrópia növekszik, a folyamat irreverzibilis, hiszen visszafelé nem játszódik le, mivel az az entrópia csökkenésével járna. Ha az entrópia állandó, reverzibilis folyamatról beszélünk, ez azonban szigorúan véve inkább csak ideális határeset, legalábbis makroszkopikus rendszerekben.

Fontos, hogy a hőtan második főtétele egy statisztikus jellegű törvény, csak makroszkopikus, nagyszámú részecskéből álló rendszerekre értelmezhető. Pl. ha a fenti levezetésben  $n$  és  $q$  nem sokkal nagyobbak, mint 1, akkor a közelítések érvényüket veszítik. Más szavakkal, mindig vannak kicsiny véletlen ingadozások, fluktuációk, pl. egy-egy gázmolekula a kisebb nyomású hely felől a nagyobb nyomású hely felé mozog („széllel szemben”). Makroszkopikus rendszerben az ilyen fluktuációk általában elhanyagolhatóak, mikroszkopikus rendszerekben sokszor nem.

Ha a rendszerben nincsenek energiakvantumok, akkor ezek csak egyféleképp oszolhatnak el a szabadsági fokok között, ti. minden szabadsági fokra nulla kvantum jut. Ezt a hőtan III. főtételének is szokták nevezni: a (kémiaiilag homogén) rendszerek entrópiája a hőmérséklet abszolút zéruspontjához való közeledéssel a nullához tart.

## Hogyan számoljuk ki az entrópia-változást ideális gázok konkrét folyamatainál?

Hogy ezt megtudjuk, helyettesítsük be a  $dS=dQ/T$  formulát az első főtétel differenciális alakjába:

$$dQ=dE_b+pdV,$$

akkor azt kapjuk, hogy  $TdS= dE_b+pdV$  (ezt Fundamentális egyenletnek is szokták nevezni).

Ezután  $T$ -vel osztva és felhasználva, hogy  $dE_b=f/2 nRdT$  és  $p/T=nR/V$ , kapjuk, hogy

$$dS=nR\left(\frac{f}{2} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V}\right).$$

Ezt véges folyamatra kiintegrálva:

$$\Delta S=nR\left(\frac{f}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1}\right).$$

Izoterm folyamatra  $T_1=T_2$ , így a zárójelben lévő első tag kiesik:

$$\Delta S=nR \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Hasonlóan izochor folyamatra:

$$\Delta S=\frac{f}{2} nR \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Izobár folyamatnál  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$ , így

$$\Delta S=\left(\frac{f}{2}+1\right)nR \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Adiabatikus folyamatnál  $dQ=0$ , tehát nincs entrópiaváltozás (persze csak reverzibilis/kvázisztatikus esetben).

Példa: Hideg  $T_1$  hőmérsékletű vízbe forró  $T_2 > T_1$  hőmérsékletű vasat teszünk. Utóbbi hőt ad le a víznek, azaz róla energia-adagok, energia-kvantumok áramlanak a vízbe. Vizsgáljuk meg, hogy az első  $dQ$  kvantum átugrásokor hogyan változott az össz-entrópia:

$$dS = \frac{dQ}{T_1} + \frac{-dQ}{T_2} > 0 .$$

A második tag nevezője nagyobb, mint az elsőé, a számlálók megegyeznek, tehát a második tag abszolút értékben kisebb, mint az első, tehát a spontán folyamattal nőtt a rendszer entrópiája. Véges mennyiségű hő átadásakor változnak a hőmérsékletek, ebben az esetben integrálással kapjuk az entrópia-változást.

## Körfolyamatok, hőerőgépek

Bármely (reverzibilis) körfolyamat végére a rendszer visszakerül abba az állapotba, ahonnan elindult. A részfolyamatok során változhat a hőmérséklete, belső energiája, stb., de az egész körfolyamatra nézve a változás nulla. Ebből persze nem következik, hogy a rendszeren végzett

összes munka, ill. a rendszerrel közölt összes hő nulla, csak az, hogy az összegük nulla. Tehát végeredményben két eset van:

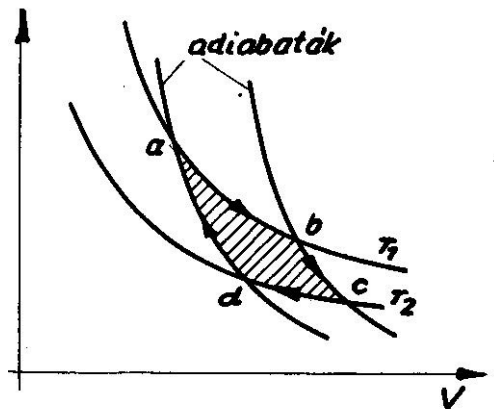
1. hőt vesz fel a rendszer és ezt munka formájában leadja, vagy
2. munkát végez rajta a környezete és ezt hő formájában adja le.

Meg fogjuk látni, (a II. főtétele miatt) hogy az 1. esetben kell lennie olyan szakasznak is, amikor hőt ad le a gáz, mivel a felvett hőt lehetetlen 100%-ban munkává alakítani.

Ha a p-V diagramon ábrázolva a körfolyamatot, vagy az óramutató járásával megegyező irányban, vagy ellentétesen irányítjuk a görbét. Előbbi esetben nagyobb nyomáson tágul a gáz és kisebb nyomáson húzódik össze, tehát a gáz által végzett munka nagyobb, mint a gázon végzett. Ekkor a fenti 1. eset áll fent.

## Carnot-ciklus

A Carnot-ciklus egy speciális körfolyamat, amely két izoterm (legyenek A és C) valamint két adiabatikus (B és D) szakaszból áll. Tehát a gáz az A szakaszban nagyobb nyomáson és hőmérsékleten tágul, aztán a B szakaszban hőközlés nélkül tovább tágul, és ezért lehűl, a C szakaszban alacsonyabb hőmérsékleten összenyomódik, a D-ben pedig a további összenyomás hatására melegszik.



5. 8 ábra

Számoljuk ki, melyik szakaszon mennyi hőt vett fel a gáz és mennyi munkát végzett.

„A” szakasz:  $\Delta E_b = 0$ ,  $Q_A$ -t felvesz a  $T_1$  hőmérsékletű hőtartályból (kazánból), azt le is adja  $W_A$

munka formájában:  $W_A^* = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_A$ . A C szakaszban  $Q_C$ -t lead a  $T_2$  hőtartálynak (hűtő,

mert  $T_2 < T_1$ , vagyis  $Q_C$  negatív). Ebben a szakaszban a környezet végez a gázon  $W_C$  munkát, azaz

$W_C^* = nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = Q_C$  (ez negatív, a rendszer „visszaveszi” a korábban elvégzett munka egy

részét). A B és D szakaszon a hőközlés nulla ( $Q = 0$ ), a hőmérséklet-változásokra  $\Delta T_B = -\Delta T_D$ ,

ezért  $\Delta E_b(B) = -\Delta E_b(D)$  vagyis  $W_B = -W_D$ . Vagyis amikor az egész folyamatra összegezzük a munkát és a felvett hőt, az adiabatikus szakaszok kiesnek.

A termikus hatásfok a hasznos  $W_A + W_C$  munka és a kazánból ( $T_1$ ) felvett  $Q_A$  hő hányadosa

$$\eta = \frac{W_A^* + W_C^*}{Q_A} = \frac{nR(T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + T_2 \ln \frac{V_4}{V_3})}{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

Használjuk a Poisson-egyenletet:  $TV^{\kappa-1} = \text{áll}$ , felírva a B és a D szakaszra

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{és} \quad \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_1}{T_2},$$

ebből  $\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1}$ , azaz  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$  tehát  $\ln \frac{V_2}{V_1} = -\ln \frac{V_4}{V_3}$ . Ezzel a hatásfok:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

vagyis a veszteséghányad  $\frac{T_2}{T_1}$ . Minél nagyobb a kazán és a hűtőközeg hőmérsékletkülönbsége,

annál nagyobb a hatásfok. Ez sohasem 100 %, ahhoz  $T_2 = 0\text{K}$ -es hőtartály kellene!

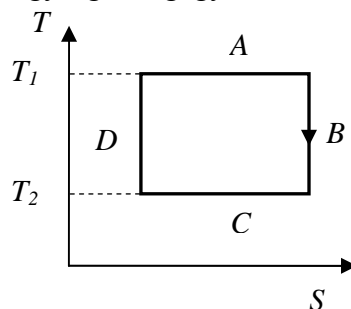
A T-S diagramon a Carnot-ciklus egy téglalap, mivel a két adiabatikus szakaszon nincs

entrópiaváltozás, a két izotermikus szakaszon pedig  $Q_A = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$  és

$Q_C = nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$ , és az állandó hőmérsékleten érvényes  $\Delta S = \frac{Q}{T}$  összefüggésből

$$\Delta S_A = \frac{Q_A}{T_1} = nR \ln \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Q_C}{T_2} = -\Delta S_C,$$

vagyis a két entrópiaváltozás nagysága megegyezik.



Megjegyzés: általában is igaz, hogy a TS diagramon a hurok területe megadja a körfolyamatban a gáz által felvett/leadott hő (körüljárástól függően).

Számítsuk ki a Carnot-ciklus hatásfokát most a TS-diagramból:

$$\eta = \frac{W_A^* + W_C^*}{Q_A} = \frac{Q_A + Q_C}{Q_A} = \frac{\Delta S_A T_1 + \Delta S_C T_2}{\Delta S_A T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

vagyis ugyanezt kapjuk, mint fent.

Bebizonyítható, hogy nemcsak ideális gázzal, hanem bármilyen más közeggel végeztetve a Carnot-körfolyamatot, ugyanazt kapjuk hatásfokra. Azt is be lehet bizonyítani, hogy ez a hatásfok maximális, azaz bármilyen termodinamikai körfolyamattal valósítunk meg egy hőerőgépet, annak hatásfoka nem lehet nagyobb, mint  $T_1 - T_2 / T_1$ , ahol  $T_1$  a legnagyobb,  $T_2$  a legkisebb hőmérséklet, amit a gáz a folyamat során felvesz. Mivel ez a hatásfok kisebb, mint 1, visszakaptuk a II. főtétel állítását: semmilyen periódikusan működő hőerőgép nem tud hőt teljes egészében munkává alakítani. Ezen felül, ha a körfolyamat reverzibilis, a rendszer entrópiaváltozása nulla, ha irreverzibilis, akkor pozitív.

## Hűtőgépek, hőszivattyúk

Ha a folyamatot fordítva végeztetjük, akkor a gázon pozitív munkát kell végeznünk, emellett a hűtőből vesz fel hőt a gáz és a felvett hő és a végzett munka összegét leadja a kazánnak. Ez azt jelenti, hogy **hűtőgépként** működik a berendezés, vagyis hő ment át az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartályból a magasabb hőmérsékletűbe, de nem magától (tehát nincs ellentmondás a II. főtétellel), hanem külső munka befektetése árán. A hűtőgép jellemzésére hatásfok helyett ún.

jósági tényezőt használnak, amely a hűtendő térből elvont energia (ez a célja a gépnek) és a befektetett munka (ezért fizetünk) hányadosa, azaz

$$\eta = \frac{Q_C}{W_A^* + W_C^*} = \frac{T_2}{T_1 - T_2},$$

akkor a legnagyobb, ha a hőmérsékletkülönbség kicsi. A valóságos hűtőgépekben természetesen nem pont Carnot-körfolyamatot alkalmaznak.

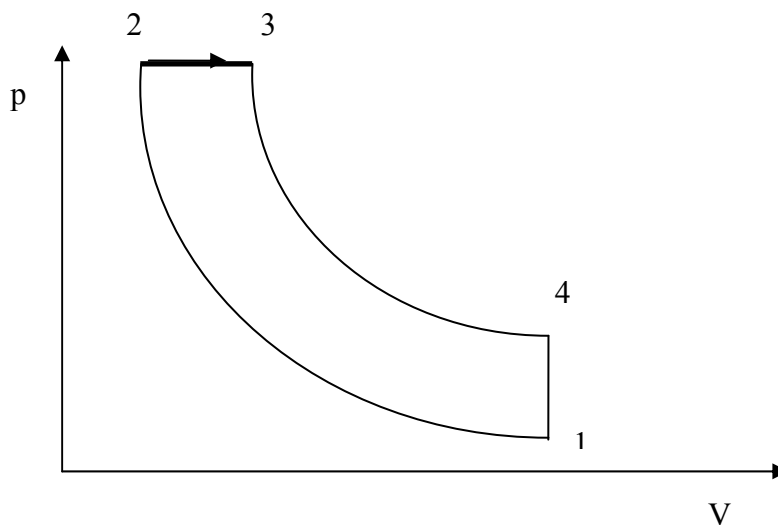
Ha a hűtőgép lehűtendő tere pl. a föld alatt lévő tartály, akkor a berendezés onnan fogja elvonni a hőt és az (elektromos hálózatból) felvett munkával együtt leadja a fűtendő helyiségben, pl. a lakásban. Ezt a ténylegesen létező és nagyon jó hatásfokú fűtési módszert **hőszivattyúnak** hívják. Jósági tényezőjét a leadott hő (ez melegíti a szobát) és a felvett munka hányadosaként értelmezhetjük:

$$\eta = \frac{Q_A}{W_A^* + W_C^*} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

Ez is akkor a legnagyobb, ha minimális a hőmérséklet-különbség, ezért szokták a földbe süllyeszteni a  $T_2$  hőtartályt, mert ott télen jóval kevésbé van hideg, mint kint. A módszer elterjedését többek között a szükséges berendezés kiépítésének terjedelmes és költséges módja lassítja.

## Ellenőrző kérdéssor

Az alábbi ábrán egy ideális Diesel-körfolyamat látható, amely izobár, izochor és adiabatikus részfolyamatokból áll. Döntse el, hogy az állítások igazak vagy hamisak-e!



1. Az 1-2 folyamatban a gáz expandál. (Hamis, a térfogat csökken)
2. A 2-3 folyamatban növekszik a gáz hőmérséklete. (igaz, mert a  $pV$  szorzat növekszik)
3. A 3-4 folyamatban a gáz hőt ad le a környezetének. (nem, mert adiabatikus)
4. A 2-3 folyamat adiabatikus expanzió. (hamis, izobár expanzió)
5. A munkavégzés a 4-1 pontok között történik. (nem, izochor esetben nincs munka)
6. A tüzelőanyag elégetéséből származó hő bevezetése az 1-2 folyamatban történik. (nem, mert az adiabatikus)
7. A hő bevezetése állandó nyomáson történik. (igaz, a 2-3 szakaszcól van szó)
8. Kizárólag a 4-1 szakaszban ad le hőt a gáz (igaz, mert az 1-2 és a 3-4 adiabatikus, a 2-3-ban pedig hőt vesz fel)



9. A körfolyamatból munka a 3-4 állapotváltozásnál is nyerhető (igaz, de a 2-3-nál is nyerhető, ezekenél tágul a gáz)

10. A körfolyamat végeredményben hőerőgépnél felel meg. (Igaz)

## **Túl az ideális-gáz modellen, a valódi anyagok termodinamikája**

### **Reális gázok, Van der Waals-állapotegyenlet**

A valóságos gázok térfogata és nyomása nem tart nullához a hőmérséklettel. A molekuláknak tetszőleges hőmérsékleten van saját térfogatuk, legyen egy mol gázmolekula térfogata  $b$  (tehát ebbe a molekulák között lévő tér nincs beleszámolva). Emellett ha a gázmolekulák közel kerülnek egymáshoz, köztük vonzóerők hatnak, amelyek a mért nyomás csökkenését okozzák. Ha a móltérfogatot  $v$ -vel jelöljük ( $v=V/n$ ), a nyomás csökkenéséhez vezető korrekciós tag fordítottan arányos  $v^2$ -tel, így az eredeti ideális gázra vonatkozó  $pV=RT$  egyenlet helyett pontosabb eredményt ad a

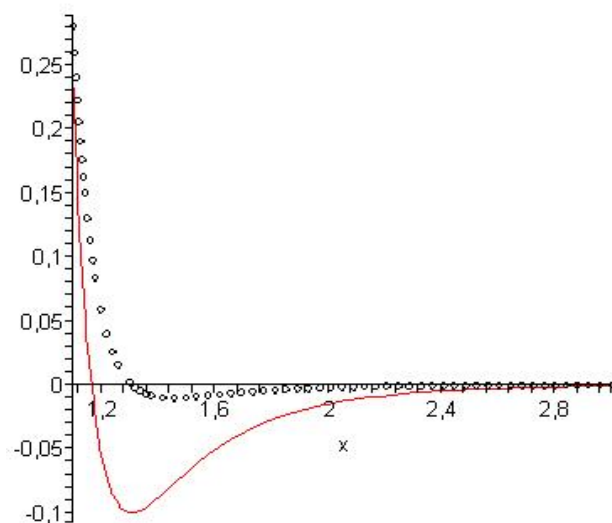
$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

**Van der Waals egyenlet.** Reális gázoknál a belső energia nem csak a kinetikus energiát tartalmazza (mint ideális gázoknál), ezért nem csak a hőmérséklettől függ. A térfogat növelésével a molekulák távolabb kerülnek egymástól, potenciális energiájuk nő és ezért  $E_b$  is nő.

A molekulák (és pl. nemesgázatomok) közti vonzóerőt Van der Waals kölcsönhatásnak nevezik, amely végső soron a Coulomb kölcsönhatásra vezethető vissza. A potenciál konkrét alakja pl.

$U = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$ , ezt Lenard-Jones féle (empirikus) formulának is nevezik. Itt  $A$  a vonzás erősségét

adja meg, ami elsősorban a fenti  $a$ -t befolyásolja, a  $B$  pedig a taszító tag együtthatója, a fenti  $b$ -t határozza meg. Tehát ha a molekulák közti távolság nagy, vonzzák egymást, de ha közelítjük őket, egy bizonyos egyensúlyi távolság átlépésekor a taszítás válik erősebbé

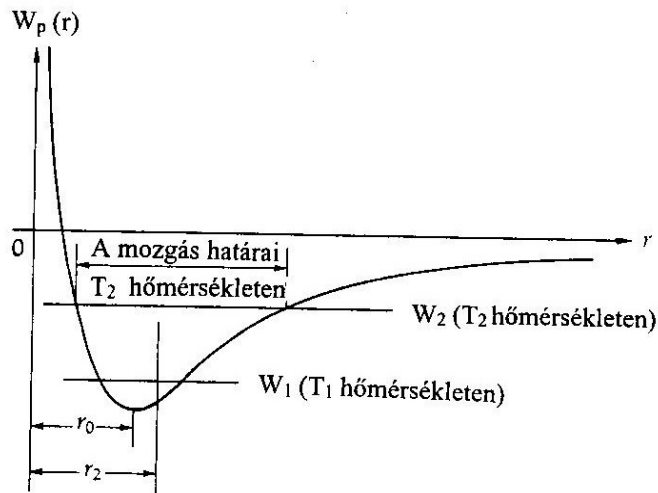


## Hőtágulás

Lineáris hőtágulás kis hőmérsékletváltozásokra: Ha a rúd eredeti hossza  $h$ , akkor ez  $\Delta h = \alpha h \Delta T$ -vel növekszik  $\Delta T$  hőmérsékletváltozás hatására, ahol  $\alpha$  az anyagra jellemző állandó. Ezzel az új hossz:

$$h_2 = h_1(1 + \alpha \Delta T).$$

A hőtágulás oka a részecskék közti potenciál aszimmetriája. Alacsony hőmérsékleten ( $T_1$ ) kis rezgési amplitúdó mellett az atomok közötti átlagos  $r_0$  távolság kisebb, mint magasabb hőmérsékleten ( $T_2, r_2$ ).



Térfogati hőtágulás: tekintsünk egy  $h$  oldalélű kockát, ennek kezdeti térfogata  $V_1 = h_1^3$ , ez  $V_2 = h_2^3$ -re változik. A fentebb kapott  $h_2 = h_1(1 + \alpha \Delta T)$  összefüggést behelyettesítve

$$V_2 = h_1^3 (1 + \alpha \Delta T)^3 = h_1^3 (1 + 3\alpha \Delta T + 3\alpha^2 \Delta T^2 + \alpha^3 \Delta T^3).$$

Mivel  $\alpha \Delta T$  kicsi, magasabb hatványai elhanyagolhatóak, vagyis a zárójelben az utolsó két tag elhanyagolható. Így felírhatjuk, hogy

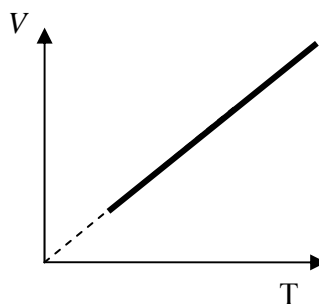
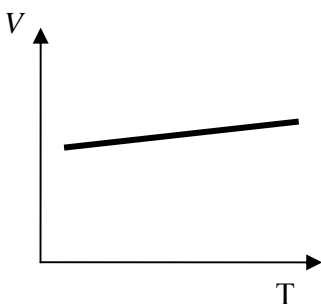
$$V_2 = V_1(1 + \beta \Delta T),$$

ahol  $\Delta V = \beta V \Delta T$ , ahol  $\beta = 3\alpha$ . Ez bármilyen izotróp szilárd testre, ill. a folyadékokra is érvényes. Az  $\alpha$  együttható az anyagokra jellemző állandó, értéke szilárd testekre nagyságrendileg  $10^{-5}/^\circ\text{C}$ , folyadékokra pedig  $\beta \approx 10^{-3}/^\circ\text{C}$ .

A hőtágulás esetén a linearitás természetesen ismét csak közelítés. Látványosan rossz eredményt ad a vízre  $4^\circ\text{C}$  közelében, ui. ezen hőmérséklet alatt a víz térfogata nem a melegítéssel, hanem a hűtéssel növekszik. Ezzel kapcsolatos, hogy a jég sűrűsége kisebb, mint a vízé, a jég úszik a vízben. Ha zárt üvegben lévő víz megfagy, tágulása során szétrepesztheti az üveget.

Ideális gázokra az állapotegyenlethez állandó nyomáson:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$ , ebből kis hőmérséklet-

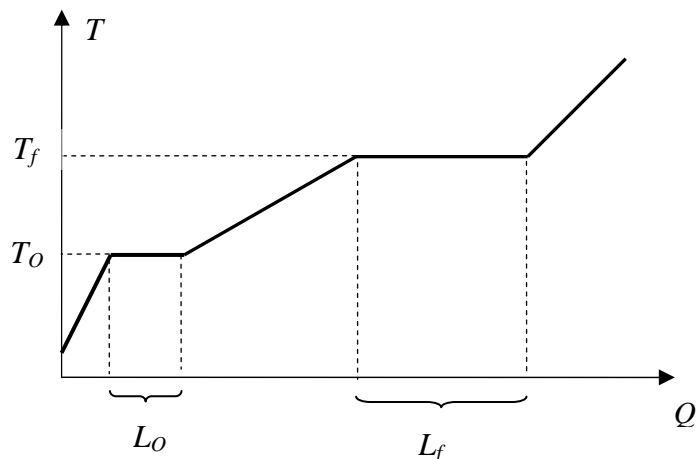
változásokra  $\Delta V = V \frac{\Delta T}{T}$ . Az ideális gáz tehát nulla Kelvin hőmérsékleten nulla térfogattal



rendelkezne, de ez természetesen lehetetlen. Alacsony hőmérsékleten az ideális-gáz közelítés érvényét veszti, ezért jelöltük szaggatott vonallal az origóhoz közeli részt.

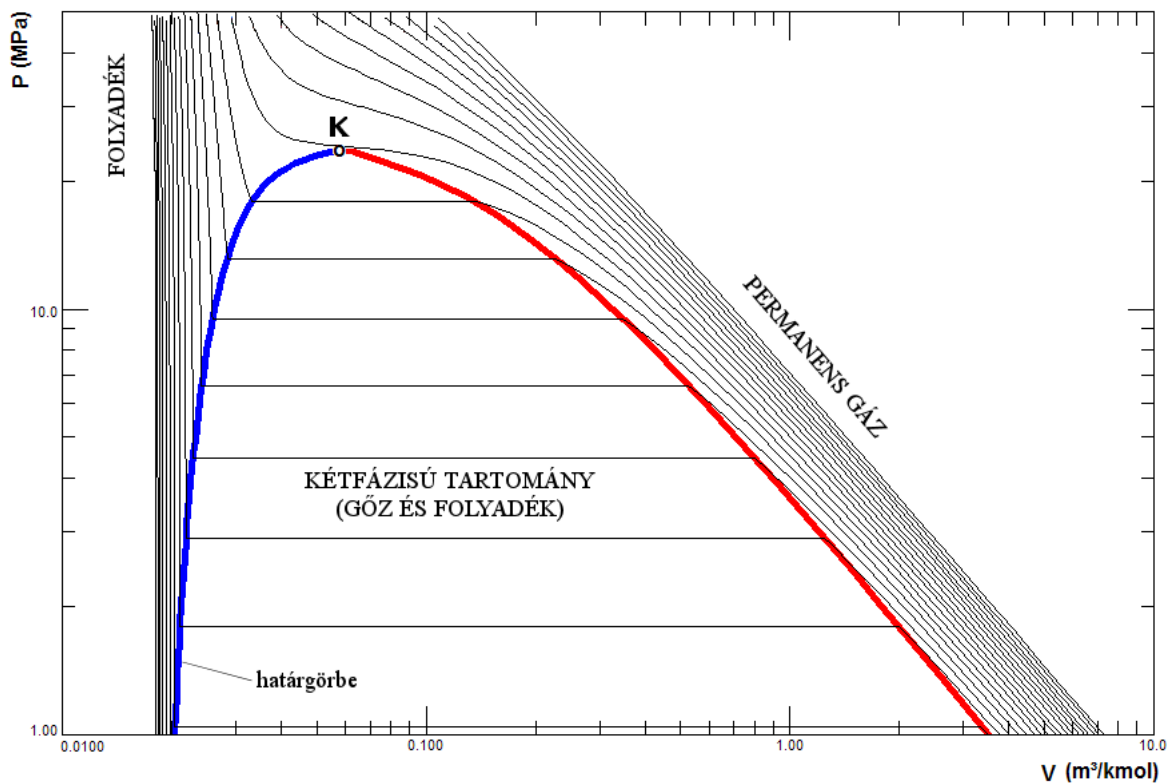
## Halmazállapot-változások

Ha szilárd anyagot (pl. jeget) egyenletesen melegítünk, a hőmérséklete a befektetett hő függvényében az alább látható módon változik.



A két vízszintes szakasz jelenti az olvadást és a forrást, ekkor az anyag hőmérséklete nem változik. Azt a hőmennyiséget, amelyet a halmazállapot-változások alatt a rendszer hőmérsékletváltozás nélkül felvesz vagy lead, **látens hőnek** nevezik. A ferde szakaszokra igaz, hogy  $Q = cm\Delta T$ , vagyis egy kilogramm (ill. egy mol) anyagra az egyenesek meredeksége a fajhő (ill. a mólhő) reciprokát adja:  $\frac{dQ}{dT} = c$ .

Ábrázoljuk most a víz izotermáit a pV diagramon. Az ideális-gáz közelítés csak ritka gázokra állja meg a helyét, ennek megfelelően a jobb felső sarokban az izotermák a megszokott hiperbolákra hasonlítanak. Ahogy hűl a gáz, egyre inkább eltér ettől az alaktól az izoterma. Létezik egy ún. kritikus izoterma, amelynek inflexiós pontja van a kritikus pontban. A kritikus izoterma alatt jobb oldalt nem gáznak, hanem gőznek nevezzük az anyagot. A különbség az, hogy a gőz állandó hőmérsékleten összenyomva átalakul folyadékká, a gáz nem. A kritikus pont alatt, ha a kezdetben kis sűrűségű gázt elkezdjük állandó hőmérsékleten összenyomni (azaz a jobb alsó sarokból, a telítetlen gőz tartományból indulunk balra), a szaggatott vonalat elérve az izoterma vízszintessé válik. Ezek a szakaszokon nem a pV szorzat, hanem maga a p nyomás állandó. Ez úgy lehetséges, hogy a térfogatot csökkentve a gőz telítetté válik és elkezd lecsapódni, kondenzálódni. Tehát ez egy kétfázisú tartomány, a telített gőz és a folyadék egyszerre van jelen. Állandó térfogaton és hőmérsékleten a kettő egyensúlyban van, amelyet dinamikus egyensúlynak nevezünk. Magyarul ez azt jelenti, hogy pont annyi folyadék párolog el, amennyi gőz lecsapódik. Ha a térfogatot tovább csökkentjük, addig nem változik a nyomás, amíg az összes gáz le nem csapódott (az izotermák vízszintesek maradnak egészen a bal oldali szaggatott vonalig). Ez azt jelenti, hogy adott anyag telített gőzének nyomása csak a hőmérséklettől függ, a térfogattól nem. Ha ezután még tovább akarjuk csökkenteni a térfogatot, ahhoz igen nagy nyomás kell, mivel a folyadékok gyakorlatilag összenyomhatatlanok. Ennek megfelelően az ábra bal oldalán az izotermák majdnem függőlegesek.



A halmazállapot-változások adott nyomáson rögzített hőmérsékleten mennek végbe, tehát jól definiálható pl. a jég olvadáspontja, a víz forráspontja stb. atmoszférikus ( $10^5$  Pa) nyomáson. Kivételt képez a párolgás, ekkor ugyanis csak a folyadék felszínéről kerülnek át részecskék gáz halmazállapotba. A párolgás bármely hőmérsékleten végbemehet. Forráskor viszont az anyag belsejében is gőzbuborékok keletkeznek és növekednek. Ez csak akkor lehetséges, ha a hőmérséklet elég magas ahhoz, hogy buborékban lévő telített gőz nyomása (az adott hőmérsékleten érvényes telítési gőznyomás) elérje az adott helyen a folyadékban uralkodó nyomást. Tehát a kétfajta folyadék-gáz átalakulás közül csak a forrás megy végbe (adott nyomáson) meghatározott hőmérsékleten.

Az eddig elmondottaknak látszólag ellentmond a következő tény. Előfordulhat, hogy

- folyadékot az adott nyomáson érvényes forráspontjánál magasabb hőmérsékletre hevítünk,
- folyadékot az olvadáspontnál alacsonyabb hőmérsékletre hűtünk,
- gőzt annyira lehűtünk, hogy már el kellene kezdődnie a lecsapódásnak, mégsem indul be a halmazállapot-változás.

Az első esetet túlhevítésnek, a másodikat és a harmadikat túl túlhűtésnek nevezzük. Ekkor az anyag nemegyensúlyi, instabil állapotban van, amelyből egy igen kicsi hatás is kibillentheti és ekkor azonnal megindul a halmazállapot-változás. Szilárd anyagot nem lehet túlhevíteni.

## Fázisátalakulások áttekintése

A halmazállapot-változások a fázisátalakulások speciális esetei. További példák fázisátalakulásokra: kristályszerkezet-változás (pl.  $\alpha$ -vasból  $\gamma$ -vas lesz, stb.), ferromágnes-paramágnes átalakulás (a mágneses anyagok, pl. vas, bizonyos hőmérsékletre hevítve elvesztik mágnesességüket), szupravezető-normál fázis közötti átalakulás (alacsony hőmérsékleten egyes anyagok elektromos ellenállása hirtelen nullára esik), folyékony-szuperfolyékony fázisátalakulás (a folyékony héliumot hűtve az néhány kelvin körül sűrűdés nélkül képes áramlani).

A fázisátalakulások lehetnek elsőrendűek vagy másodrendűek.

- Elsőrendű:

- van latens hő ( $L$ , például olvadáshő, forráshő),
- van véges térfogatváltozás (vagyis a sűrűség nem folytonosan változik) és általában
- van entrópia-ugrás is.

Mivel a fázisátalakulás konstans  $T_c$  hőmérsékleten történik (kivéve a túlhűtés, túlhevítés, stb.

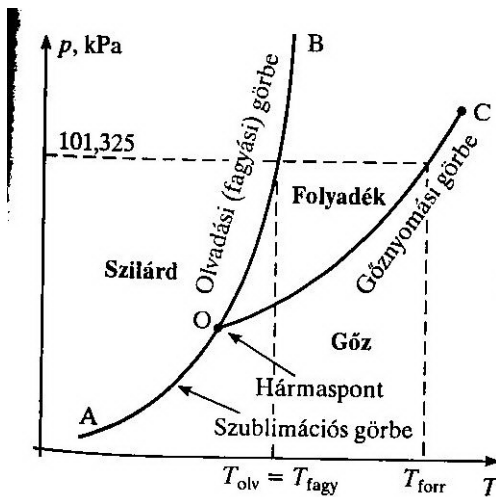
esetét), az entrópiaváltozást úgy számolhatjuk ki, hogy  $S = \int \frac{1}{T} dQ = \frac{Q}{T_c} = \frac{mL}{T_c}$ . Az elsőrendű

fázis-átalakulásokhoz tartozik a halmazállapot-változásokon kívül néhány kristályszerkezet-változás is

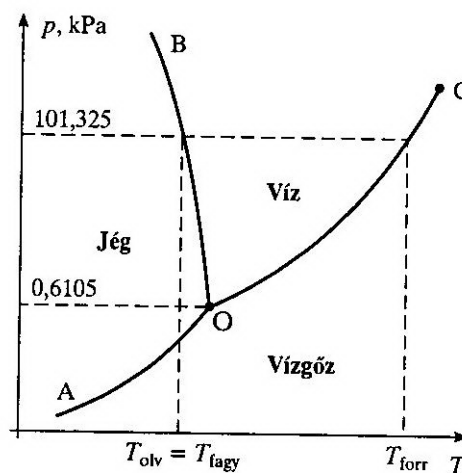
- Másodrendű: mivel az előbbi mennyiségek közül egyiknek sincs ugrása, folytonos fázisátalakulásoknak is nevezik őket. A fenti ábrán nem tartozna hozzájuk vízszintes szakasz. Más mennyiségek, pl. fajhő viszont divergálhatnak (a gyakorlatban több nagyságrendet növekedhetnek) a fázisátalakulási hőmérséklet közelében. Ide tartozik pl. ferromágneses-paramágneses átalakulás, a szupravezető fázisátalakulás és a szuperfolyékony-normál folyadék közötti átmenet.

## Fázisdiagram

Ábrázoljuk most az anyag halmazállapotait a  $pT$  diagramon.



62.3. ábra



62.4. ábra

A bal oldali ábrán egy tipikus anyag, a jobb oldalin a nem tipikus víz fázisdiagramja látható.

H: hármaspont: Ebben az egy pontban, ezen az egy konkrét hőmérsékleten és nyomáson lehet egyensúlyban a 3 fázis. A hármasponti nyomás alatt folyadék nem létezhet. Ha a szilárd anyagot ilyen nyomáson melegítjük, nem megolvad, hanem szublimál, közvetlenül gázzá alakul.

K: kritikus pont: a folyadék és a gáz lényegében ugyanaz, sűrűségük és más fizikai jellemzőik megegyeznek. A kritikus pont fölött gázhalmazállapotúnak tekintjük a rendszert, összhangban azzal, amit a pV diagram tárgyalásánál mondtunk.

A görbék meredekségét a Clausius-Clapeyron egyenlet adja meg:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L_o}{T(V_f - V_{sz})}$$

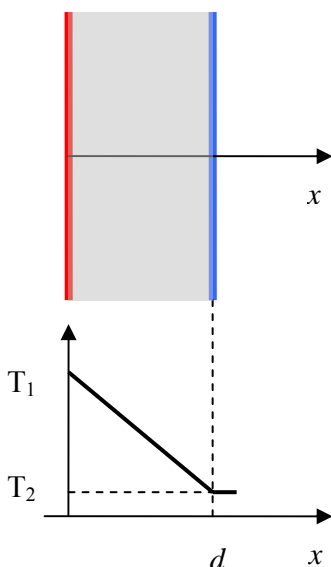
Ebben a jobb oldalon a számlálóban az L átalakulási hő szerepel, a nevezőben az átalakulási hőmérséklet és a térfogatugrás szorzata. Az első két mennyiség mindig pozitív, így a harmadik, a térfogatugrás dönti el, hogy az átalakulási hőmérséklet a nyomás növelésével nő vagy csökken. Az anyagok döntő többségére a szilárd fázis a legkisebb térfogatú, ennél nagyobb a folyadék és legnagyobb térfogata a gáznak van. Ekkor a  $\frac{dp}{dT}$  derivált pozitív, minden görbe emelkedik. Erre láthatunk példát a bal oldali ábrán. A legfontosabb kivétel a víz: a jég sűrűsége kisebb a vízénél (a jégtáblák, jéghegyek úsznak a vízben). Ekkor az olvadási görbét leíró  $\frac{dp}{dT}$  derivált negatív, a nyomás növelésével az olvadáspont csökken.

## A hő terjedése

### Hővezetés (kondukción)

A hővezetés során a termikus energia valamely anyagban úgy jut el a melegebb helyről a hidegebbre, hogy közben makroszkopikus anyagáramlás nem történik.

Vizsgáljunk meg két A nagyságú felületet, közöttük valamilyen anyaggal. Legyen a két felület hőmérséklete  $T_1$  és  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ), távolságuk d. A két felületet állandó hőmérsékleten tartjuk, így stacionárius áramlás jön létre, bármely adott pontban a hőmérséklet időben állandó.



Ekkor az 1. (az ábrán bal oldalt elhelyezkedő, pirossal jelölt) felületről a 2.-re áramlott hő egyenesen arányos a felületek nagyságával, az eltelt idővel, a hőmérsékletkülönbséggel (ez utóbbi a nem triviális), és fordítottan arányos a felületek távolságával:

$$Q = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{d} \Delta t$$

Itt a  $\lambda$  az anyagi minőségtől függő állandó, az anyag hővezető-képességét jellemzi (pontosabban megvizsgálva kismértékben a hőmérséklettől is függ). A törvény differenciális alakját úgy kapjuk, hogy bevezetjük a hőáramsűrűség-vektort, amely az egységnyi felületen egységnyi idő alatt átáramlott hőenergiát adja meg (mértékegysége  $J/m^2s$ ), iránya pedig minden pontban megegyezik az ottani hőáramlás irányával. A fenti egyenletet osztjuk az idővel és a felülettel, majd  $\lim_{d \rightarrow 0}$  határértéket veszünk. Ekkor, ha a hő az  $x$  tengely irányában terjedt, a hőáramsűrűség

nagyságára azt kapjuk, hogy  $j_Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$ . A negatív előjel azért jelenik meg, mert a hő az

alacsonyabb hőmérsékletű hely felé, vagyis a hőmérséklet növekedésével ellentétes irányba áramlik. A törvényt úgy nevezik, hogy a hővezetés első Fourier törvénye, általános alakja:

$$\vec{j}_Q = -\lambda \text{grad}T$$

Vizsgáljunk olyan elrendezést, ahol a két lemez távolsága sokkal kisebb, mint a lemezek átmérője. Ily módon feltehetjük, hogy a széleken oldalirányban ( $y$  és  $z$ ) nem terjed hő, csak  $x$  irányban. Ekkor viszont stacionárius esetben a két lemez között lévő bármely, a lemezekkel párhuzamos felületen időegység alatt ugyanannyi hő áramlik át, vagyis a  $j_Q$  áramsűrűség (esetleg a szélektől eltekintve) mindenhol ugyanannyi. Ebből viszont az következik, hogy a hőmérséklet hosszegységre eső  $\frac{dT}{dx}$  megváltozása is mindenhol ugyanannyi, vagyis az  $x$  függvényében

ábrázolva a hőmérsékletet, lineárisan csökkenő függvényt kapunk (ennek konstans a deriváltja). Ezt láthatjuk az ábra alsó részén. Eredményünk nem csak arra az esetre vonatkozik, amikor a lemezek felülete nagy, hanem arra is, amikor oldalirányban nagyon jó hőszigetelő veszi körül a közeget, pl. egy fémrúdra, amelynek egyik végét magas, másik végét alacsony hőmérsékleten tartjuk.

A fémek hővezető-képessége általában nagyobb, mint más szilárd testeké. Folyadékok hővezető-képessége általában kisebb a szilárd testekénél, a gázok pedig a legrosszabb hővezetők közé tartoznak. A legjobb hőszigetelő a vákuum.

A hő vezetési terjedésekor lényegében arról van szó, hogy a test magasabb hőmérsékletű helyén levő és nagyobb kinetikus energiával rendelkező molekulák érintkezés folytán energiát adnak át az alacsonyabb hőmérsékletű helyen levő kisebb energiával rendelkező molekuláknak. Minél szorosabb a kapcsolat a molekulák között, annál gyorsabb az energiaátadás. Ezért jó hővezetők a szilárd testek, és rossz hővezetők a gázok. Fémeknél az energia-továbbításban lényeges szerepet játszanak a szabad elektronok, amelyek egyébként a fémek jó elektromos vezetőképességéért is felelősek. Ezzel magyarázható, hogy a fémek hő- és elektromos vezetőképessége között jó közelítéssel egyenes arányosság áll fenn.

## Konvekció

Ha vízzel töltött edényt a főzőlapra helyezünk, az edény aljával érintkező vízréteg vezetés útján hőt vesz fel. A felmelegedett víz kisebb sűrűsége folytán felszáll, és helyét a lesüllyedő nagyobb sűrűségű, hidegebb víz foglalja el, amely ugyancsak felmelegszik, felszáll és így tovább. A hő terjedésének ezt a módját konvekciónak nevezzük. Hővezetéskor a test nyugalomban van, és csak a hőenergia áramlik, konvekció esetén az anyag atomjai, ill. molekulái is áramlásban vannak, és ezek az áramló részecskék viszik magukkal az energiát.

Folyadékokban és gázokban a hő főként konvekció útján terjed, és ha ennek kialakulását gátoljuk, gyakorlatilag csak a vezetés jön számításba. Minthogy pedig a folyadékok és gázok hővezető-képessége kicsi, ilyen körülmények között (főként a gázok) jó hőszigetelők. Sok hőszigetelő anyagban (üveggyapot, azbeszt, homok, salak stb.) apró, bezárt légbuborékok

vannak, és az ilyen anyagok éppen ezért jó hőszigetelők. A ruházat melegítő hatása is a ruha anyagába zárt légbuborékok hőszigetelő hatásával függ össze.

## Sugárzás

Míg ahhoz, hogy a hő vezetés és konvekció útján terjedjen, közegre van szüksége, amely a hőt közvetíti, ill. szállítja, addig a sugárzással való terjedéshez nincs szükség közegre. A sugárzás légüres téren keresztül is terjed. A Nap melege a Földre is sugárzás útján jut el. A fűtőtest nemcsak vezetéssel és konvekcióval, hanem sugárzás révén is ad le hőt környezetének.

Az olyan sugárzást, amely egy test hőenergiájának rovására megy végbe (adott test esetén csak annak hőmérsékletétől függ), hőmérsékleti sugárzásnak nevezzük. A hőmérsékleti sugárzás elektromágneses sugárzás, vákuumban terjed a legkönnyebben ( $3 \cdot 10^8$  m/s sebességgel). A hőmérsékleti sugárzással részletesebben a következő félévben fogunk foglalkozni.

## Példák

### Példák a mindennapi életből

Egy szoba fűtéskor a hő a fűtőtest falán át vezetéssel jut el a vele érintkezésben levő levegőhöz, amely azután már konvekció révén melegszik fel. A falak és a szobában levő tárgyak részben közvetlenül a fűtőtesttől kapják a hőt sugárzás útján, részben pedig a cirkuláló levegőtől vezetés útján. A falak és az ablakok mentén mindig van ezek által „megkötött” levegőréteg, amely a konvekcióban nem vesz részt, és rossz hővezető-képessége révén nagymértékben gátolja a hő elillanását a szabadba. – Nagyarányú és hatalmas hőmennyiségeket szállító konvekciók a szelek és a tengeráramlatok (pl. a Golf-áramlat). Megjegyezzük, hogy a fenti összefüggések (pl. a Fourier-törvény) konvekcióra és sugárzásra nem vonatkoznak.

### Milyen gyorsan hűl le egy meleg test?

Tegyünk nagy mennyisége miatt állandó hőmérsékletűnek tekintett vízbe egy kis méretű, magas hőmérsékletű fémgolyót. Jelöljük  $T$ -vel azt a hőmérsékletet, amennyivel a golyó épp melegebb a víznél. Kérdés, hogy milyen ütemben hűl le a golyó. Mivel a leadott hő a hőmérsékletkülönbséggel és az eltelt idővel arányos:  $dQ = -kTdt$ , ahol a  $k$ -ban benne van a fenti  $\lambda$ , valamint a geometriai adatok (pl. felület), a negatív előjel pedig azért van, mert a golyó leadja a hőt. A jobb oldalon is meg kell jelennie a hőmérsékletnek:  $dQ = CdT$ , ahol  $C$  a hőkapacitás. Legyen  $K = k/C$ , ezzel a differenciálegyenlet:

$$\frac{dT}{dt} = -KT$$

Ennek megoldása:  $T = T_0 e^{-Kt}$ . Ez azt jelenti, hogy a golyó hőmérséklete exponenciálisan csökken, és ahogy a hőmérsékletkülönbség csökken, úgy csökken a hűlés üteme is.



Definiált fogalom	Meghatározás
Kvázisztatikus folyamat	Olyan folyamat, amely lényegében egyensúlyi állapotok sorozatán át vezet
Extenzív állapotjelző	Olyan állapotjelző, amely két rendszer egyesítésével összeadódik
Intenzív állapotjelző	Olyan állapotjelző, amely két rendszer egyesítésekor kiegyenlítődik
Közölt hő	Makroszkópikus elmozdulás és munkavégzés nélküli, a részecskék rendezetlen mozgásával kapcsolatos energiaátadás [J]
Fajhő	Az egységnyi tömegű anyag hőmérsékletének egy fokkal való növeléséhez szükséges hőmennyiség Jele: $c$ , ahol $Q = cm\Delta T$ , [J/(kg·K)]
Mólhő	Egy mól anyag hőmérsékletének egy fokkal való növeléséhez szükséges hőmennyiség Jele: $C$ , ahol $Q = Cn\Delta T$ , [J/(mol·K)]
Térfogati munka	$W^* = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ a gáz által a környezetén végzett munka, amíg a gáz térfogata $V_1$ -ről $V_2$ -re változik [J]
Belső energia	a részecskék egymáshoz képesti (relatív) mozgásához tartozó kinetikus energia plusz a részecskék egymással való kölcsönhatásához tartozó potenciális energia [J]
Ekvipartíció tétele	egyensúlyi rendszerben adott hőmérsékleten minden egyes szabadsági fokra időátlagban ugyanannyi energia jut: $E = \frac{1}{2}kT$
Szabadsági fok	az egymástól független energiatárolási lehetőségek
Egy rendszer belső energiája	$E_b = \frac{f}{2} NkT$ , vagy $E_b = \frac{f}{2} nRT$
Hőmérséklet	két test közül az a magasabb hőmérsékletű, amelyiknek átlagosan több energia jut egy szabadsági fokára
A hőtan első főtétele	$\Delta E_b = Q + W$
Ideális gáz állapot-egyenlete	$pV = NkT$ , vagy $pV = nRT$
Izoterm állapotváltozás definíciója és egyenletei	$T = \text{áll.}$ , $pV = \text{áll.}$ $\Delta E_b = 0$ , $W^* = Q = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

Izochor állapotváltozás definíciója és egyenletei	$V = \text{áll.}, \quad \frac{p}{T} = \text{áll.}$ $\Delta E_b = Q = \frac{f}{2} nR\Delta T = \frac{f}{2} V\Delta p, \quad W^* = 0$
Izobár állapotváltozás definíciója és egyenletei	$p = \text{áll.}, \quad \frac{V}{T} = \text{áll.}$ $\Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T, \quad W^* = p\Delta V = nR\Delta T, \quad Q = \Delta E_b + W^*$
Adiabatikus állapotváltozás definíciója és egyenletei	$Q = 0, \quad \kappa = 1 + \frac{2}{f}$ $TV^{\kappa-1} = \text{áll.}, \quad pV^\kappa = \text{áll.}, \quad \frac{p^{\kappa-1}}{T^\kappa} = \text{áll.}$
Irreverzibilis folyamat	Olyan folyamat, amely fordított irányban magától nem megy végbe
Entrópia	$S = k \cdot \ln Y$ , a rendezetlenség mértéke
A hőtan második főtétele	$\Delta S \geq 0$ , azaz zárt rendszerben az entrópia nem csökkenhet.
Látens hő	Az a hőmennyiség, amelyet a halmazállapot-változások alatt a rendszer hőmérsékletváltozás nélkül felvesz vagy lead
Lineáris hőtágulás	$h_2 = (1 + \alpha)h_1$
Térfogati hőtágulás	$V_2 = (1 + \beta)V_1 \quad \beta \approx 3\alpha$